Julius-Maximilians-
UNIVERSITÄT
WÜRZBURG

PD Dr. Knut Hüper

Institut für
MATHEMATIK

Informationen zum Proseminar (Vortragsseminar, Lehramt nichtvertieft)

Wintersemester 2010/11, Würzburg, den 13. Oktober 2010

- **Grundsätzliches**

Das Vortragsseminar besteht aus bis zu acht **Fachvorträgen zur Mathematik** plus Einführungs- und Abschluss-Veranstaltung. Um einen **Proseminarschein** zu erwerben, müssen Sie im Rahmen Ihres Vortrages **und** als aktiver Zuhörer demonstrieren, dass Sie

(a) in der Lage sind, sich anhand der jeweils angegebenen und gegebenenfalls ergänzender Fachliteratur selbstständig in ein begrenztes Thema einzuarbeiten; (Lesekompetenz; Umgang mit Fachliteratur)

(b) die Begriffe, Aussagen und Beweise in der jeweils angegebenen Fachliteratur und den Fachvorträgen verstanden haben; (Erwerb von Fachkompetenz in Mathematik)

(c) die Begriffe, Aussagen und Beweise in der jeweils angegebenen Fachliteratur klar strukturiert wiedergeben, didaktisch sinnvoll aufbereiten und Nachfragen während Ihres Vortrages beantworten können; (Präsentationskompetenz)

(d) in der Lage sind, einem Fachvortrag zu folgen und sich kompetent an einer anschließenden Diskussion beiteiligen können. (Kommunikationskompetenz)

- **Technischer Ablauf**

Je zwei TeilnehmerInnen teilen sich ein Vortragsthema zu gleichen Teilen. Beide TeilnehmerInnen müssen in der Lage sein, Fragen zum *gesamten* Vortrag zu beantworten. Die reine Vortragszeit soll ca. 60–70 Minuten betragen. Die restlichen 20–30 Minuten sollen für Zwischenfragen und für eine sich an den Vortrag anschließende Diskussion frei gehalten werden. Zusätzlich zu den Vorträgen findet ein Vorbereitungstreffen zu Beginn und Nachbereitungstreffen (Details hierzu in der Vorbesprechung) zum Abschluss statt. Im Abschlusstreffen werden noch einmal alle Themen im Zusammenhang besprochen.

Die Vortragenden sollten sich mindestens eine Woche vor dem Vortragstermin mit dem jeweiligen Dozenten zu einer Vorbesprechung treffen, um eventuelle inhaltliche Unklarheiten zu klären. Zu diesem Zeitpunkt sollte der Vortrag schon im Wesentlichen vorbereitet sein.

- **Medien**

Die Vorträge können als Tafelvorträge oder mittels Beamer konzipiert werden. Wir empfehlen allerdings Beweise an der Tafel vorzuführen. Ein zweiseitiges Arbeitspapier (A4) zum Vortrag muss den Zuhörern vor Beginn des Vortrages ausgehändigt werden.

- **Scheinvergabe**

Vortrag und Mitarbeit als Zuhörer werden je zur Hälfte gewertet. Es besteht Anwesenheitspflicht.

- **Themen und Termine**

1. **Einführungs-Veranstaltung**

   Termin: 18. Oktober 2010, 13^{30} – 15^{00} Uhr
   Vortragende: PD Dr. Knut Hüper

2. **Pierre Fermat, die Fermatsche Vermutung und die Gleichung $2^p + 3^p = z^p$**

   Termin: 8. November 2010, 13^{30} – 15^{00} Uhr
   Vortragende: Herr und Frau Mustermann

   Aufgabenstellung: Skizzieren Sie das Leben von Fermat und fassen Sie die Story zur Fermatschen Vermutung zusammen. Beweisen Sie die Unlösbarkeit der Gleichung $2^p+3^p = z^n$ für Primzahlen p und natürliche Zahlen $n, z \in \mathbb{N}$.

   Literaturvorschlag:

   [1] J.-M. De Koninck, A. Mercier, 1001 Problems in Classical Number Theory, Problem 288, AMS.

   [2] American Mathematical Monthly, Vol. 81, 1974, p. 172.

3. **Paul Erdös, Gottes Buch der Beweise und die Summe $\sum_{p\in\mathbb{P}} \frac{1}{p}$**

   Termin: 15. November 2010, 13^{30} – 15^{00} Uhr
   Vortragende:

   Aufgabenstellung: Skizzieren Sie das Leben von Paul Erdös. Erklären Sie die Erdössche Idee vom **Buch der Beweise**. Beweisen Sie, dass die Reihe über die Kehrwerte aller Primzahlen divergiert.

   Literaturvorschlag:

   [1] M. Aigner, G. Ziegler, Das Buch der Beweise, Springer Verlag, Kapitel 1.

4. **Die Bernoullis, die harmonische Reihe und die Euler-Mascheroni-Konstante**

   Termin: 22. November 2010, 13^{30} – 15^{00} Uhr
   Vortragende:

   Aufgabenstellung: Skizzieren Sie das Leben der Bernoullis. Diskutieren Sie die Eigenschaften der harmonischen Reihe und beweisen Sie die Konvergenz der Folge

   $$\lim_{n\to\infty} (H_n - \log(n)).$$

   Literaturvorschlag:

   [1] M. Aigner, G. Ziegler, Das Buch der Beweise (3. Auflage), Springer Verlag, Kapitel 2, Anhang.

   [2] U. Stammbach, Die harmonische Reihe: historisches und mathematisches, Elemente der Mathematik 54 (1999) 13 – 106.

5. **Leonard Euler und sein Beweis zur Unendlichkeit der Primzahlen**

Termin: 29. November 2010, $13^{30} - 15^{00}$ Uhr
Vortragende:

Aufgabenstellung: Skizzieren Sie das Leben von Leonard Euler. Beweisen Sie die Formel

$$\log x - 1 \leq |\{p \leq x \mid p \in \mathbb{P}\}|.$$

Literaturvorschlag:

[1] M. Aigner, G. Ziegler, Das Buch der Beweise (3. Auflage) , Springer Verlag, Kapitel 1.

6. **George Pólya, seine vier Prinzipien und eine unerwartete Ungleichung.**

Termin: 6. Dezember 2010, $13^{30} - 15^{00}$ Uhr
Vortragende:

Aufgabenstellung: Skizzieren Sie das Leben von George Pólya und beschreiben Sie Polyas vier Prinzipien. Beweisen und diskutieren Sie die Abschätzung:

$$\limsup_{n\to\infty} \left(\frac{1 + a_{n+1}}{a_n}\right)^n \geq \mathrm{e}$$

für reelle positive Folgen $\{a_1, a_2, \dots\}$.

Literaturvorsachlag:

[1] B. Bollobas, The Art of Mathematics, Problem 12.

7. **Bernhard Riemann und die Riemannsche ζ-Funktion auf $[1, \infty[$.**

Termin: 13. Dezember 2010, $13^{30} - 15^{00}$ Uhr
Vortragende:

Skizzieren Sie das Leben von Bernhard Riemann. Diskutieren sie die Riemannsche ζ-Funktion auf $[1, \infty[$ und beweisen Sie die Gleichung

$$5\zeta(4) = 2\zeta(2)^2.$$

Literaturvorschlag:

[1] M. Aigner, G. Ziegler, Das Buch der Beweise, Springer Verlag, 3. Auflage Kapitel 8, Anhang.

8. **David Hilbert und das 7. Hilbertsche Problem**

Termin: 20. Dezember 2010, $13^{30} - 15^{00}$ Uhr
Vortragende:

Aufgabenstellung: Skizzieren Sie das Leben von David Hilbert. Diskutieren sie das 7. Hilbertsche Problem. Beweisen Sie, dass e^2 irrational ist.

Literaturvorschlag:

[1] M. Aigner, G. Ziegler, Das Buch der Beweise, Springer Verlag, Kapitel 7 (3. Auflage).

9. **Max Dehn und die Rechtecke, die sich in Quadrate zerlegen lassen**

Termin: 10. Januar 2011, 13^{30} – 15^{00} Uhr
Vortragende:

Aufgabenstellung: Skizzieren Sie das Leben von Max Dehn. Erklären Sie den Vektorraum $\mathbb{R}$ über $\mathbb{Q}$ und benutzen Sie diesen, um den Satz von Max Dehn zu beweisen: Ein Rechteck lässt sich genau dann in Quadrate zerlegen, wenn der Quotient der Seitenlängen eine rationale Zahl ist.

Literaturvorschlag:

[1] M. Aigner, G. Ziegler, Das Buch der Beweise, Springer Verlag, 3. Auflage, Kapitel 26.

10. **Abschluss-Veranstaltung**

Termin: 31. Januar 2011, 13^{30} – 15^{00} Uhr
Vortragende: Alle Teilnehmenden